

**МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Волгоградский государственный социально-педагогический университет»**  
**(ФГБОУ ВО «ВГСПУ»)**

Кафедра методики преподавания математики и физики, ИКТ



**Программа кандидатского экзамена по научной специальности**

5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания (математика)

Волгоград  
2022

## **Введение**

Кандидатский экзамен по научной специальности научной специальности 5.8.2 – теория и методика обучения и воспитания (математика) является традиционной формой аттестации специальной и методической подготовки аспирантов (соискателей), их научно-исследовательской деятельности в области частной методики.

Цель кандидатского экзамена заключается в определении уровня общей личностной культуры, профессиональной компетентности и готовности аспиранта (соискателя) к научно-исследовательской деятельности в области теории и методики обучения математике и к научно-педагогической деятельности в средних общеобразовательных и высших учебных заведениях.

Программа экзамена предполагает детальное осознание аспирантом (соискателем) теоретико-методологических оснований методики обучения математики и формирование на их основе собственного исследовательского подхода.

### **Раздел 1. Теория обучения**

Образование как социокультурный феномен. Образование и личность. Образование, наука и культура. Обучение как основной путь присвоение общечеловеческого опыта. Теория познания как методологическая основа процесса обучения. Сущность, движущие силы, противоречия и логика процесса обучения. Закономерности и принципы обучения.

Основные дидактические теории: теория развития личности в различных образовательных системах; теория целеполагания и таксономии целей образования; теория развивающего обучения; теория учебной деятельности и ее субъекта; теория содержательного обобщения; теория поэтапного формирования умственных действий; теория единства слова и наглядности в обучении и др. Цифровизация образования.

Обучение как дидактическая система и как одна из подсистем целостного педагогического процесса. Структура, цели и результаты процесса обучения. Единство преподавания и учения. Взаимообусловленность обучения и реальных учебных возможностей учащихся. Психология возраста. Психология индивидуального подхода к учащимся. Взаимосвязь образования и самообразования личности. Взаимообучение. Основные проблемы организации психолого-педагогической помощи учащимся.

Психологические закономерности и механизмы обучения. Обучение как система организованных взаимодействий, направленных на решение образовательных задач. Психологическая сущность и структура учения. Психология процесса усвоения. Активизация и формирование внимания школьников. Мотивация учебной деятельности учащихся. Психология способностей. Соотношение памяти и мышления в процессе учения. Эмоционально-волевая сфера личности обучающегося. Речь в процессе

обучения. Самостоятельность и творческая активность учеников в процессе обучения.

Содержание образования. Научные основы содержания образования. Содержание образования как фундамент культуры личности. Система знаний о природе, обществе, человеке, технологии и способах деятельности. Система интеллектуальных и практических умений, обеспечивающих освоение и сохранение культуры. Опыт творческой деятельности. Опыт эмоционально-волевого и ценностного отношения к окружающему миру (труду, науке, другим людям, самому себе). Система взглядов, убеждений, идеалов, общечеловеческих ценностей. Гуманизация и гуманитаризация содержания образования. Национальная и интернациональная культура в содержании образования. Государственный образовательный стандарт. Критерии отбора и построения содержания образования. Нормативные документы, регламентирующие содержание образования.

Образовательные технологии и методы обучения. Педагогическая технология как упорядоченная совокупность действий, операций и процедур, инструментально обеспечивающих прогнозируемый и диагностируемый результат в изменяющихся условиях образовательного процесса. Основные образовательные технологии: адаптивные, развивающие, личностно-ориентированные, диалоговые, модульные, контекстные, информационные, уровневой дифференциации обучения, группового воздействия, мультимедиа технологии, игротехники, технологии педагогического общения, диагностики, прогнозирования, саморазвития, коррекции. Теория и система методов обучения. Понятие о методах и их классификация. Методы организации учебной деятельности. Словесные методы обучения. Индуктивные и дедуктивные методы обучения. Репродуктивные и проблемно-поисковые методы обучения. Методы стимулирования личности в обучении. Методы контроля и самоконтроля в обучении. Психология школьной отметки и оценки. Диагностический, предупреждающий, текущий, итоговый контроль. Методы устного, письменного и машинного контроля. Основные проблемы современной психолого-педагогической диагностики.

Модели организации обучения. Типология и многообразие образовательных учреждений. Инновационные процессы в образовании. Авторские школы. Диалогические, групповые и массовые (фронтальные) формы организации обучения. Классно-урочная система обучения. Другие организационные формы учебной работы: практикумы и семинары; учебные экскурсии; внеурочная деятельность учащихся; самообразование; очно-заочная форма обучения и др.

Средства обучения. Предметы материальной и духовной культуры как средства обучения. Моделирование содержания образования дидактическими средствами. Многообразие и классификация средств обучения. Педагогические программные средства. Электронные образовательные сервисы и ресурсы. Цифровая образовательная среда.

## **Раздел 2. Содержание базового предмета «Математика»**

### **2.1. Алгебра**

Бинарные отношения. Отношения эквивалентности и порядка. Классы эквивалентности. Фактор множества.

Группы, кольца, поля. Примеры и свойства. Гомоморфизмы и изоморфизмы.

Поле комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Геометрическое истолкование действий над комплексными числами. Решение уравнений в поле комплексных чисел. Функции комплексного переменного.

Многочлены от одной переменной над полем. Теорема о делении с остатком. Теорема Безу. НОД многочленов и алгоритм Евклида. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители.

Теорема об алгебраической замкнутости поля комплексных чисел и её следствия. Формулы Виета. Многочлены, неприводимые над полем действительных чисел.

Простое алгебраическое расширение поля и его строение. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.

Многочлены от нескольких переменных. Основная теорема о симметрических многочленах.

Векторные пространства. Примеры и свойства векторных пространств. Подпространства и фактор пространства. Изоморфизм векторных пространств.

Системы линейных уравнений. Равносильные системы и элементарные преобразования. Решение системы методом последовательного исключения переменных.

Понятие определителя квадратной матрицы. Свойства определителей. Правило Крамера для решения системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными.

### **2.2. Геометрия**

Различные пути аксиоматического построения евклидовой геометрии. Непротиворечивость, независимость, полнота системы аксиом.

Система аксиом плоскости Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости. Интерпретация системы аксиом.

Измерение геометрических величин. Длина отрезка. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности.

Многогранники. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников.

Геометрические преобразования (группы преобразований).

Понятие топологического пространства. Примеры. Подпространства и фактор пространства.

Понятие многообразия. Многообразия с краем и без края. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Лист Мебиуса.

## **2.3. Математический анализ**

Различные способы введения действительных чисел. Аксиома непрерывности и следствия из нее.

Понятие множества. Операции над множествами. Парадоксы, связанные с наивным пониманием множества. Аксиома выбора.

Понятие метрического пространства. Примеры. Определение расстояния в пространстве  $R_n$  и пространстве непрерывных функций на отрезке.

Нормированные линейные пространства. Примеры нормированных линейных пространств.

Евклидовы пространства. Примеры. Скалярное произведение и его свойства. Неравенство Коши-Буняковского.

Окрестности точек в метрических пространствах. Открытые и замкнутые множества.

Предел последовательности в метрическом пространстве и его свойства.

Последовательности Коши. Полные и неполные метрические пространства. Примеры.

Предел и непрерывность отображений метрических пространств. Непрерывность композиции.

Дифференцирование отображений нормированных пространств. Производные по направлениям.

## **2.4. Теория чисел и числовые системы**

Натуральные числа и их свойства. Аксиомы Пеано. Метод математической индукции. Бином Ньютона.

Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Алгоритм Евклида и его приложения. Целые числа и их свойства. Построение модели. Рациональные числа и их свойства. Построение модели. Построение модели действительных чисел.

## **Раздел 3. Теория и методика предметного образования**

### **3.1. Общие проблемы методики преподавания математики**

Предмет методики преподавания математики. Составные части методики преподавания математики. Цели обучения математике в средней школе. Реализация дидактических принципов в обучении математике. Значение школьного курса математики в общем образовании. Воспитание и развитие учащихся на уроках математики: формирование научного мировоззрения, эстетическое и нравственное воспитание; развитие логического мышления, пространственных представлений и воображения. УУД и их формирование.

Содержание школьного курса математики. Структура курса математики. Основные линии развития школьного курса математики. Математика как учебный предмет. Роль и место математики в системе учебных предметов. Связь курса математики с другими учебными

предметами. Внутри- и межпредметные связи математики. Прикладные аспекты школьного курса математики. Математическая подготовка выпускника средней школы к практической деятельности и к продолжению образования.

Математические понятия, методика их введения и формирования. Методика изучения теорем и их доказательств. Задачи в обучении математике, их дидактические функции. Постановка задач, их структура, методика обучения решению задач. Методика обучения поиску решения задач. Обучение математике через задачи. Проблемы систематизации и классификации школьных математических задач.

Методы и формы обучения математике. Их основные классификации. Взаимосвязь общедидактических и частнопредметных методов обучения. Эмпирические методы обучения математике: наблюдение, опыт, измерение. Логические методы: сравнение и аналогия, обобщение, абстрагирование и конкретизация, индукция и дедукция, анализ и синтез. Специальные методы в обучении математике: построение и исследование математических моделей, построение алгоритмов и приемов обучения, аксиоматический метод. Логико-математический анализ школьного курса математики (на примере конкретной темы курса математики). Особенности и взаимосвязь различных форм обучения: фронтальной, коллективной, групповой, индивидуальной.

Организационные вопросы обучения математике. Урок математики, его особенности. Урок математики в условиях реализации ФГОС. Основные типы уроков и их структура. Система подготовки учителя к урокам математики. Проверка и оценка знаний учащихся: контрольные, самостоятельные, домашние, индивидуальные работы, тестовая проверка. Основные средства обучения математике: учебники, дидактические и методические пособия, тетради с печатной основой, таблицы, модели, схемы, компьютерные пособия и др. Интерактивные средства обучения.

Внеклассная работа по математике. Основные дидактические функции внеклассной работы по математике. Ее виды и их характеристика. Кружковая работа по математике. Факультативные и элективные занятия по математике. Школьные спецкурсы по математике. Олимпиады и соревнования по математике.

Проведение педагогического эксперимента. Его роль и основные задачи в проведении научного исследования по методике преподавания математики. Основные этапы педагогического эксперимента: констатирующий, формирующий или конструирующий, обучающий, контролирующий и др. Обработка его результатов, в том числе с использованием методов статистической обработки данных.

## **3.2. Частные методики обучения математике**

### **3.2.1. Алгебра и начала анализа**

Общие вопросы методики преподавания алгебры, алгебры и начал анализа в основной и средней школе: цели, содержание и структура курсов,

особенности методики их преподавания.

Учение о числе в школьном курсе математики. Понятие числа. Методика изучения натуральных и рациональных чисел и действий над ними. Введение и изучение действительных и комплексных чисел и действий над ними.

Тождественные преобразования, их роль и место в школьном курсе математики. Виды тождественных преобразований. Проблема формирования вычислительной культуры школьников.

Уравнения и неравенства, их место в курсе школьной алгебры. Различные определения понятий уравнения и неравенства и их формирование. Методика составления уравнений при решении задач.

Функции и их роль в построении школьного курса алгебры. Формирование понятия функции. Функциональная пропедевтика. Методическая система изучения функций в курсе алгебры основной и средней школы. Методика изучения частных видов функций.

Основные вопросы преподавания элементов математического анализа в средней школе.

Числовые последовательности. Примеры числовых последовательностей. Формирование понятия предела числовой последовательности.

Функция. Предел функции и непрерывность. Методика изучения тригонометрических функций, показательной и логарифмической функций. Понятие обратной функции.

Элементы дифференциального и интегрального исчисления. Формирование понятия производной. Применение производной к исследованию функций. Формирование понятий неопределённого и определённого интеграла. Приложения интеграла.

Элементы стохастики и теории вероятностей. Основные цели введения данного раздела в курс математики. Сбор, обработка и представление информации: схемы, таблицы, диаграммы, графики и др. Элементы комбинаторики. Элементы теории вероятностей: случайные события, достоверные и невозможные события, частота событий.

### **3.2.2. Геометрия**

Общие вопросы методики преподавания геометрии в основной школе: цели, содержание и структура курса. Различные подходы к построению систематического курса геометрии для основной школы. Особенности методики преподавания школьного курса геометрии в условиях цифровой образовательной среды.

Элементы геометрии в пропедевтическом курсе математики. Основные цели и задачи введения геометрического материала на данном этапе обучения. Основные темы и методика их изучения.

Методика проведения первых уроков систематического курса геометрии в основной школе. Основные понятия планиметрии и их свойства. Роль наглядности при изучении первых разделов геометрии.

Методика изучения фигур на плоскости. Многоугольники. Формирование понятия многоугольника. Методика изучения частных видов. Треугольники. Признаки равенства треугольников. Четырехугольники. Их классификация. Правильные многоугольники. Окружность и круг. Взаимное расположение окружностей, прямой и окружности на плоскости. Геометрические места точек. Задачи на построение.

Геометрические преобразования плоскости. Движения: центральная симметрия, осевая симметрия, поворот, симметрия  $n$ -го порядка, параллельный перенос. Подобие. Методика изучения темы «Движение».

Координаты и векторы на плоскости. Прямоугольная система координат, операции с векторами, координаты вектора, скалярное произведение векторов, уравнения окружности и прямой. Методика изучения данных разделов.

Измерение геометрических величин и методика изучения. Длина отрезка. Измерение площадей: многоугольников, круга. Проблемы равновеликости и равносоставленности на плоскости. Методика изучения

Методика проведения первых уроков геометрии в 10-11 классах средней школы. Основные понятия стереометрии и их свойства. Роль наглядности при изучении первых разделов стереометрии.

Методика изучения параллельности и перпендикулярности в пространстве. Классификации взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве. Признаки параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей. Методика изучения пространственных фигур: многогранников и фигур вращения.

Координаты и векторы в пространстве; методика изучения данных разделов. Прямоугольная система координат в пространстве. Расстояние между точками в пространстве. Вектор в пространстве. Действия над векторами. Координаты вектора. Уравнения прямой в пространстве, сферы и плоскости.

Введение понятий объема и площади поверхности пространственной фигуры. Вывод формул объемов и площадей поверхностей основных пространственных фигур. Использование принципа Кавальери, понятий предела и интеграла при изучении данной темы.

#### **Раздел 4. Современные технологии образования при обучении математике**

Общие вопросы внедрения технологий образования в процесс преподавания математики в средней школе. Понятие педагогической технологии. Различные подходы к его определению. Классификации педагогических технологий. Особенности их применения к обучению математике в современной школе.

Дифференциация обучения математике. Дидактические функции дифференцированного обучения. Выявление и учет индивидуальных особенностей, склонностей, интересов учащихся. Виды дифференциации: уровневая и профильная. Уровневая дифференциация обучения математике



на основе обязательных результатов. Особенности содержания курса математики для различных профилей обучения. Формирование учебной деятельности школьников при изучении математики в классах различных профилей обучения. Планирование результатов и выбор форм и методов обучения математике, ориентированных на учет индивидуальных особенностей учащихся, соответствующих данному профилю обучения.

Развивающее обучение математике. Характеристика различных систем развивающего обучения и их использование при организации изучения школьного курса математики. Активизация учебной деятельности при обучении математике. Формирование приемов учебной деятельности. Задачная технология обучения математике.

Технологии на основе эффективности управления и организации учебного процесса при изучении математики. Индивидуализация обучения математике. Групповая технология при обучении математике.

Методические системы обучения математике. Проектирование методических систем обучения. Компоненты методической системы обучения.

Методологические основы цифровизации математического образования. Педагогическая целесообразность и функциональные возможности цифровой образовательной среды при организации обучения математике. Информационные технологии обучения математике. Проблема отбора содержания математического образования с учетом современных информационных технологий.

#### **Основная литература**

- 1 Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб: Лань, 2013. – 432 с.
- 2 Балюкевич Э.Л. Алгебра и теория чисел: учебное пособие. – М.: Евразийский открытый институт, 2011. – 2011.
- 3 Атанасян Л.С. Проективная геометрия: учебное пособие. – М.: МГПУ, 2010. – 224 с.
- 4 Грешилов А.А. Аналитическая геометрия Векторная алгебра. Кривые второго порядка: учебное пособие / А.А. Грешилова, Т.И. Белова. – М.: Логос, 2004. – 128 с.
- 5 Васильева Г.Н. Методика обучения математике: учебно-методическое пособие / Г.Н. Васильева. – Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. В 2-х частях.
- 6 Галямова Э.Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э.Х. Галямова. – Набережные Челны, 2016. – 116 с.
- 7 Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики / Сост. В.И. Мишин. – М.: Просвещение, 1987.
- 8 Колягин Ю.М. и др. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики. – М.: Просвещение, 1977.
- 9 Методика преподавания математики в восьмилетней школе / Под ред. С.Е. Ляпина. – М.: Просвещение, 1965.
- 10 Методика обучения математике в 2 ч. Часть 2: учебник / Под ред. Н.С. Подходовой, В.И. Снегуровой. – М.: Юрайт, 2018. – 299 с.
- 11 Геворкян Э.А. Математика, Математический анализ: учебное пособие / Э.А. Геворкян, А.Н. Малахов. – М., 2010. – 344 с.

### Дополнительная литература

- 1 Аналитическая геометрия: практикум: учебное пособие / Е.Б. Малышева и др. – М., 2014. – 99 с.
- 2 Атанасян Л.С., Денисова Н.С. и др. Курс элементарной геометрии. – М., Часть I, 1997; Часть II, 1997.
- 3 Бабанский Ю.К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса: Методические основы. – М., 1982.
- 4 Бабанский Ю.К. Педагогический процесс / Избранные педагогические труды. – М., 1989.
- 5 Бабанский Ю.Н. Проблемы повышения эффективности педагогических исследований. – М., 1982.
- 6 Беспалько В.П. Слагаемое педагогической технологии. – М., 1989.
- 7 Вербицкий А.А. Активное обучение в высшей школе. – М., 1991.
- 8 Волович М.Б. Наука обучать. – М., 1995.
- 9 Вопросы преподавания алгебры и начал анализа в средней школе / Сост. Е.Г. Глаголева, О.С. Ивашов-Мусатов. – М., 1981.
- 10 Выготский Л.С. Собрание сочинений в 6-ти томах. – М., 1982.
- 11 Глейзер Г.Д. Развитие пространственных представлений школьников при обучении геометрии. – М., 1978.
- 12 Гончарова М.А. Образовательные технологии в школьном обучении математике: учебное пособие / М.А. Гончарова, Н.В. Решетникова. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2014. – 267 с.
- 13 Груденов Я.И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике. – М., 1987.
- 14 Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. – М., 1996.
- 15 Далингер В.А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике. – М., 1991.
- 16 Дьяченко В.К. Организационная структура учебного процесса и ее развитие. – М., 1989.
- 17 Епишева О.Б., Крунич В.И. Учить школьников учиться математике. Формирование приемов учебной деятельности. – М., 1990.
- 18 Ингенкамп К. Педагогическая диагностика. – М., 1991.
- 19 Киселев А.П. Элементарная геометрия. – 2-е изд. – М., 1996.
- 20 Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. Том второй. Геометрия. – 2-е изд. – М., 1987.
- 21 Краевский В.В. Методология педагогического исследования. – Самара, 1994.
- 22 Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. – М., 1968. – 432 с.
- 23 Леднев В.С. Содержание образования: сущность, структура, перспективы. – 2-е изд. – М., 1991.
- 24 Лихачев Б.Т. Педагогика. – М., 1990.
- 25 Маркова А.К., Матис Т.А., Орлов А.Б. Формирование мотивации учения. – М., 1990.
- 26 Машбиц Е.И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения. – М., 1988.
- 27 Оконь В. Введение в общую дидактику. – М., 1990.
- 28 Педагогика / Под ред. Ю.К. Бабанского. – М., 1989.
- 29 Педагогические технологии дистанционного обучения / Под ред. Е.С. Полат. – М., 2020.
- 30 Практикум по педагогике математики / Под ред. А.А. Столяра. – Минск, 1978.
- 31 Преподавание геометрии в 9-10 классах / Сост. З.А. Скопец, Р.А. Хабиб. – М., 1980.
- 32 Саранцев Г.И. Обучение математическим доказательствам в школе. – М., 2000.
- 33 Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М., 1995.

- 34 Селевко Г.К. Современные образовательные технологии. – М., 1998.
- 35 Сериков В.В. Образование и личность. Теория и практика проектирования образовательных систем. – М., 1999.
- 36 Сластенин В.А, Мищенко А.И. Целостный педагогический процесс как объект профессиональной подготовки и деятельности учителя. – М., 1996.
- 37 Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике. – Ярославль, 1998.
- 38 Талызина Н.Ф. Формирование познавательной активности младших школьников. – М., 1988.
- 39 Тестов В.А. Стратегия обучения математике. – М., 1999.
- 40 Унт И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения. – М., 1990.
- 41 Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике. – М., 1998
- 42 Царёва С.Е. Обучение решению текстовых задач. – Новосибирск, 1998.
- 43 Чичигин В.Г. Методика преподавания геометрии. – М.: Учпедгиз, 1959.
- 44 Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. – 2-е изд. – М., 2000.